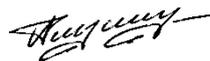


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
19.05.2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.01 Методика решения тригонометрических задач повышенного уровня сложности

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки/специализация: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета

6. Составители программы: проф., д.ф.-м.н. Глушко А.В.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета
Протокол № 0500-03 от 24.03.2022

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2022/2023

Семестр(ы): 8

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- ознакомление студентов с основными методами отбора корней в тригонометрических задачах повышенного уровня сложности;
- выработка навыков решений стандартных задач отбора корней в тригонометрии;
- дать качественные математические и естественно-научные знания, востребованные обществом;
- дать современные методические знания, необходимые при обучении старшеклассников решению задач отбора корней в тригонометрии;
- сформировать социально-личностные качества выпускников: целеустремленность, организованность, трудолюбие, коммуникабельность, умение работать в коллективе, ответственность за конечный результат своей профессиональной деятельности, способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

Задачи учебной дисциплины:

- умение идентифицировать тригонометрические задачи с отбором корней;
- способность использовать методики отбора корней на тригонометрическом круге и отбора корней с помощью неравенств;
- способность применения методов теории целых чисел, в частности, алгоритма Евклида;
- способность применения аналитического метода отбора корней в тригонометрических задачах с внешними ограничениями, задачах для переопределенных тригонометрических уравнений, задачах для систем тригонометрических уравнений.

Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Методика решения тригонометрических задач повышенного уровня сложности» относится к Блоку Курсы по выбору.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения в средней школе.

Знание методов изучения решений тригонометрических задач с отбором корней востребовано при подготовке выпускников школ к экзамену ЕГЭ по математике профильного уровня.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПКВ-2	Умение оформлять результаты научно-исследовательских работ	ПКВ-2.2	Анализирует и обобщает результаты математических доказательств, сформулированных научных утверждений	Знать: общеизвестные методики и стандартные приемы решения тригонометрических задач с отбором корней Уметь: анализировать постановку задачи для определения подходящего метода решения Владеть: навыками поиска необходимой информации в профессиональных базах данных для решения поставленных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2 / 72 .

Форма промежуточной аттестации Зачет – 8 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			8 семестр
Контактная работа		28	24
в том числе:	лекции	12	12
	практические	12	12
	лабораторные	-	-
	курсовая работа	-	-
	<i>контрольные работы</i>	1	1
Самостоятельная работа		48	48
Промежуточная аттестация		-	-
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1	Повторение.	Меры угловых величин. Тригонометрический круг. Радианная мера углов. Тригонометрические функции. Определения, свойства, периодичность, графики. Основные принципы преобразования тригонометрических выражений.	-
		Формулы приведения. Два случая. Метод расстановки знаков в формулах приведения. Формулы преобразования тригонометрических функций сумм (разностей) аргументом. Формулы преобразования сумм (разностей) тригонометрических функций в произведения. Формулы преобразования произведений тригонометрических функций. Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Универсальная тригонометрическая подстановка. Формулы тройного угла. Преобразование произведения косинусов с удваивающимся аргументом. Формулы преобразования тангенса половинного угла. Метод введения дополнительного угла. Использование метода в задачах на ограниченность тригонометрических выражений.	-
		Понятия обратных тригонометрических функций. Формулы записи решений элементарных тригонометрических уравнений. Модификация формул для использования в задачах с отбором корней. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные тригонометрические уравнения. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к однородным уравнениям.	-
2	Отбор корней	Задачи на тригонометрические уравнения, связанные с отбором корней по ограничениям ОДЗ. Метод отбора корней на тригонометрическом круге.	-

3	Аналитический отбор корней	Искусственные, внешние и дополнительные ограничения, приводящие к отбору корней в тригонометрических уравнениях.	-
		Отбор корней, возникающий в задачах на решение систем тригонометрических уравнений. Пересечение серий (аналитическое и на тригонометрическом круге). Переопределенные системы уравнений.	
2. Практические занятия			
1	Повторение.	Основные принципы преобразования тригонометрических выражений.	-
		<p>Формулы приведения. Два случая. Метод расстановки знаков в формулах приведения.</p> <p>Формулы преобразования тригонометрических функций сумм (разностей) аргументом. Формулы преобразования сумм (разностей) тригонометрических функций в произведения. Формулы преобразования произведений тригонометрических функций.</p> <p>Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Универсальная тригонометрическая подстановка.</p> <p>Формулы тройного угла.</p>	
		Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные тригонометрические уравнения. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к однородным уравнениям.	
2	Отбор корней	Задачи на тригонометрические уравнения, связанные с отбором корней по ограничениям ОДЗ. Метод отбора корней на тригонометрическом круге.	-
3	Аналитический отбор корней	Искусственные, внешние и дополнительные ограничения, приводящие к отбору корней в тригонометрических уравнениях.	-
		Отбор корней, возникающий в задачах на решение систем тригонометрических уравнений. Пересечение серий (аналитическое и на тригонометрическом круге). Переопределенные системы уравнений.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Повторение.	3	4	-	16	23
2	Отбор корней.	3	4	-	16	23
3	Аналитический отбор корней	6	4	-	16	26
	Итого:	12	12	-	48	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Методика решения тригонометрических задач повышенного уровня сложности» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке

Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

№ п/п	Источник
1	Золотарева Н.Д. Олимпиадная математика : учебное пособие / Н.Д. Золотарева, М.В. Федотов. – М. : Лаборатория знаний, 2019. – 252 с. – ISBN 978-5-00101-209-2. – URL: https://book.ru/book/933407 . – Текст : электронный
2	Золотарева Н.Д. Математика. Сборник задач для девятиклассников : учебно-методическое пособие / Н.Д. Золотарева, Н.Л. Семендяева, М.В. Федотов. – М. : Лаборатория знаний, 2018. – 286 с. – ISBN 978-5-00101-124-8. – URL: https://book.ru/book/928980 . – Текст : электронный

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Болотов А.А. Математика. Теории и задачи. Книга 2./ А.А. Болотов, В.И. Прохоренко, В.Ф. Сафонов. – М.: Изд-во МЭИ, 1998.- 344 с.
2	Субханкулова С.А. Задачи с параметрами / С.А. Субханкулова. – М.: Илекса, 2010. – 208 с.
3	Мацневский, С.В. Попов Ю. И. Применение графиков при решении задач с параметрами : учебное пособие. Калининград, 2013 / С.В. Мацневский // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. — 2013. — № 10. — С. 174-175. — ISSN 2223-2095. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: https://e.lanbook.com/journal/issue/286153
4	Танцорова С.И. О некоторых способах пропедевтики решения задач с параметром в основной школе / С.И. Танцорова // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. — 2013. — № 2. — С. 258-261. — ISSN 1995-0861. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: https://e.lanbook.com/journal/issue/294826
5	Шуман А.Ю. Педагогический эксперимент по введению элективного курса «Задачи с параметрами», как средство развития исследовательских навыков / А.Ю. Шуман // Вестник научного общества студентов, аспирантов и молодых ученых. — 2016. — № 1. — С. 190-196. — ISSN 9999-7444. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: https://e.lanbook.com/journal/issue/299375
6	Гельфанд, И.М. Тригонометрия : руководство / И.М. Гельфанд, С.М. Львовский, А.Л. Тоом. — 3-е изд., испр. — Москва : МЦНМО, 2008. — 200 с. — ISBN 978-5-94057-391-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: https://e.lanbook.com/book/9320
7	Тригонометрия: теория и практика решения задач : учебное пособие / С.С. Граськин, А.В. Афанасьева, М.Е. Гутнер [и др.] ; под редакцией С.С. Граськина. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. — 325 с. — ISBN 978-5-7038-3281-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: https://e.lanbook.com/book/106570

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
2	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
3	http://fipi.ru/ege-i-gve-11/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy - интернет портал, посвященный подготовке
4	http://alexlarin.net/ - интернет портал, посвященный подготовке к ЕГЭ

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Болотов А.А. Математика. Теории и задачи. Книга 2 ./ А.А. Болотов, В.И. Прохоренко, В.Ф. Сафонов. – М.:изд-во МЭИ, 1998. - 344 с.
2	Субханкулова С.А. Задачи с параметрами / С.А. Субханкулова. – М.: Илекса, 2010. – 201 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

-

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310), расположенный на 3 этаже учебного корпуса № 1, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Повторение.	ОПКВ-3	ОПКВ-3.1	Домашние задания, работа у доски
2	Отбор корней.	ОПКВ-3	ОПКВ-3.2, ОПКВ-3.3	Домашние задания, работа у доски
3	Аналитический отбор корней	ОПКВ-3	ОПКВ-3.2, ОПКВ-3.3	Домашние задания, работа у доски

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Домашние задания:

По теме 1. Повторение

Задачи:

Доказать тождества.

$$1. \frac{\cos^4(\alpha - \pi)}{\cos^4\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right) + \sin^4\left(\alpha + \frac{3}{2}\pi\right) - 1} = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$2. \cos\left(\frac{3}{2}\pi + 4\alpha\right) + \sin(3\pi - 8\alpha) - \sin(4\pi - 12\alpha) = 4 \cos 2\alpha \cos 4\alpha \sin 6\alpha$$

$$3. 4 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha}.$$

$$4. 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) = -1.$$

$$5. \frac{1-2\sin^2 \alpha}{1+\sin 2\alpha} = \frac{1-\operatorname{tg} \alpha}{1+\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$6. \cos 4\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \sin 4\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}.$$

$$7. \cos \alpha + \sin \alpha + \cos 3\alpha + \sin 3\alpha = 2\sqrt{2} \cos \alpha \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha \right).$$

$$8. 2\sin^2(3\pi - 2\alpha)\cos^2(5\pi + 2\alpha) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sin \left(\frac{5}{2}\pi - 8\alpha \right).$$

$$9. \cos^2 \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \operatorname{ctg}^2 \left(\alpha - \frac{3}{2}\pi \right) = \frac{1}{\sin^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right)} - \cos^2(\alpha + \pi).$$

$$10. \cos 75^\circ + \operatorname{ctg} 60^\circ \cdot \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$11. \sin \left(\frac{3}{2}\pi + 4\alpha \right) \operatorname{tg}(\pi - 2\alpha) = \sin(\pi - 4\alpha) + \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}.$$

$$12. \frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{1 - \cos(\pi - \alpha) - 2\sin^2 2\alpha} = 2\cos \left(\frac{3}{2}\pi + \alpha \right).$$

$$13. \sin^2 \left(\frac{7}{8}\pi - 2\alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{9}{8}\pi - 2\alpha \right) = \frac{\sin 4\alpha}{\sqrt{2}}.$$

$$14. \frac{1 + \sin \alpha - 2\sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}{4\cos \frac{\alpha}{2}} = \sin \frac{\alpha}{2}.$$

$$15. \frac{1 - \operatorname{ctg} x}{\sin x + \cos x} = \frac{\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{\sin x}.$$

$$16. \sin^2(\alpha - 30^\circ) + \sin^2(\alpha + 30^\circ) - \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$17. \frac{\cos(3\pi - 2\alpha)}{2\sin^2 \left(\frac{5}{4}\pi + \alpha \right)} = \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{5}{4}\pi \right).$$

$$18. \sin^2 \left(\frac{\pi}{8} + \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{8} - \alpha \right) = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{2}}.$$

19. 5. Докажите, что $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1$, если известно, что α, β, γ - внутренние углы треугольника.

6. Доказать, что если α, β, γ – внутренние углы треугольника, то справедливо равенство $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma$.

7. Доказать, что если A, B, C – углы треугольника, то $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$.

8. Доказать, что функция $f(x) = 4 \cos^2 x + 7 \sin x \cdot \cos x + 2 \sin^2 x - \sqrt{102}$ отрицательна при всех $x \in R$.

9. Доказать, что функция $f(x) = 2 \sin^2 x - 6 \cos^2 x - 4 \sin x \cos x + \sqrt{46}$ положительна при всех $x \in R$.

10. Найдите $\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$ и $\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$, если известно, что $\sin \alpha + \sin \beta = -\frac{21}{65}$ и

$$\cos \alpha + \cos \beta = -\frac{27}{65}, \frac{5\pi}{2} < \alpha < 3\pi, -\frac{\pi}{2} < \beta < 0.$$

11. Найти $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = m$.

12. Найти $\cos 2\alpha$, если известно, что $2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 7 \operatorname{ctg} \alpha + 3 = 0$ и угол α удовлетворяет неравенством $\frac{3}{2}\pi < \alpha < \frac{7}{4}\pi$.

13. Найти $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, если известно, что $\sin x + \cos x = 0,2$.

. Решить уравнения

9. $\sin^2 x - 8 \sin 2x = 3 \cos^2 x$.

10. $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$.

11. $\sin x \cos x \cos 2x \cos 8x = \frac{1}{4} \sin 12x$.

12. $4 \sin x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4 \sin(\pi + x) \cos x + 2 \sin\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) \cos(\pi + x) = 1$.

13. $\cos^2 3x + \cos^2 4x + \cos^2 5x = \frac{3}{2}$.

14. $3 \sin 2x + 2 \cos 2x = 3$.

15. $\sin x \sin 3x + \sin 4x \sin 8x = 0$.

16. $\cos 9x - \cos 7x + \cos 3x - \cos x = 0$.

17. $\operatorname{tg}(x - 15^\circ) \operatorname{ctg}(x + 15^\circ) = \frac{1}{3}$.

18. $\sin^2 2x + \sin^2 x = \frac{9}{16}$.

19. $\sin(\pi - 3x) + 4 \sin^3\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$.

$$20. \frac{2}{1 - \cos(3\pi - 2x)} = 3 \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1.$$

$$21. 2\operatorname{ctg}^2 x \cdot \cos^2 x + 4\cos^2 x - \operatorname{ctg}^2 x - 2 = 0.$$

$$22. \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{3}{2}x - \sin x \cdot \sin 3x - \sin 2x \cdot \sin 3x = 0.$$

$$23. \operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) - \operatorname{tg}^2 x = (\cos 2x - 1)\cos^{-2} x.$$

По теме 2. Отбор корней.

Задачи:

1. Решить уравнение $\cos x \sqrt{\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x} + \sin x \sqrt{\operatorname{ctg}^2 x - \cos^2 x} = 2 \sin x.$

2. Решить уравнение $\cos 3x + \cos x = |\sin 2x|.$

3. Решить уравнение $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -9\operatorname{ctg}^2 x + 1.$

выполняется при любых значениях x .

4. Решить уравнение $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2 + \cos 2x} + \sqrt{3} \sin 2x.$

5. Решить уравнение $\sqrt{9 - x^2} (2 \sin 2\pi x + 5 \cos \pi x) = 0;$

6. Решить уравнение $\sqrt{5 \sin x + \cos 2x} + 2 \cos x = 0.$

7. Решить уравнение $\sqrt{\cos x + \cos 3x} = -\sqrt{2} \cos x.$

8. Решите уравнение $\sin \frac{3x}{2} \cdot \sqrt{-x^2 + 4x - 3} = 0$ и найдите сумму его решений.

9. Решить уравнение $4\left(\cos \frac{16\pi}{3} \cos 3x\right)^2 + \sin^2 2x + \cos 3x + 2\cos^2 \frac{3x}{2} = 0.$

10. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x \cdot \sqrt{-x^2 + x + 2} = 0$ и найдите сумму его решений.

11. Решить уравнение $\left(2 \sin \frac{17\pi}{6} \cos 6x\right)^2 + \sin^2 4x + 4 \cos^2 3x - 1 = 0.$

12. Решите уравнение $\cos 2x \cdot \sqrt{-x^2 - 2x + 3} = 0$ и найдите сумму его решений.

13. Решить уравнение $2 \cos 3x - 2 \sin^2 2x - \operatorname{tg}^2 x = 2.$

14. Решите уравнение $\sin 2x \cdot \sqrt{-x^2 + 2x + 3} = 0$ и найдите сумму его решений.

15. Решить уравнение $2 \sin 6x + 2 \cos^2 4x - \operatorname{ctg}^2 2x = 4$

16. Решить уравнение $\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4} + x\right) = 2 \cos \frac{2\pi}{3} - 5 \operatorname{ctg} x.$

17. Решить уравнение $\operatorname{tg}(2x - \frac{\pi}{3}) = \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3} + 3\operatorname{ctg} 2x$.
18. Решить уравнение $\operatorname{tg}(2x + \frac{5\pi}{3}) = 2\operatorname{ctg} 2x + \frac{1}{3} \operatorname{ctg} \frac{13\pi}{6}$.
19. Решить уравнение $2\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) + 5\sqrt{3}\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = -7$.
20. Решить уравнение $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}\sin x}}(\sin 4x + \sin 2x - 2\cos 2x) = 0$.
21. При каждом значении параметра a решить уравнение $\sqrt{\sin 3x + \sin x} = \sqrt{-a \sin 2x}$.
22. Решить уравнение $\log_{\operatorname{tg} x}(\sin 4x + \sin 2x + 1) = 0$.
23. При каждом значении параметра a решить уравнение $\sqrt{\cos 3x - \cos x} = \sqrt{a \sin 2x}$.
24. Решить уравнение $\log_{\operatorname{ctg} x}(3 + 2\cos 2x + 2\cos 4x) = 0$.
25. При каждом значении параметра a решить уравнение $\sqrt{\cos 2x} = \sqrt{a \sin x + 1}$.
26. Решить уравнение $\log_{\operatorname{tg} x}(\cos 2x - \cos 4x) = 0$.
27. При каждом значении параметра a решить уравнение $\sqrt{\cos 2x} = \sqrt{a \cos x - 1}$.
28. При каких значениях параметра a уравнения $\operatorname{tg} x = 1$ и $a \sin 2x + 2\cos 2x = a + \sin 4x$ равносильны?
29. При каких значениях параметра a уравнения $\sin x + \cos x = 0$ и $a \sin 2x - \sin 4x = 2\cos 2x - a$ равносильны?
30. При каких значениях параметра a уравнения $|\sin x| = 1$ и $a \cos x = \sin 2x$ равносильны?
31. При каких значениях параметра a уравнения $\cos^2 x = 1$ и $a \sin x = \sin 3x$ равносильны?
32. Найти решение уравнения $\sqrt{3} + 2\cos \frac{\pi x}{9} = 0$, принадлежащее интервалу $(8; 20)$.
33. Вычислить $f'(\frac{\pi}{24})$, если $f(x) = \sin^4 2x - \cos^4 2x$.
34. Решить неравенство $\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 x} \leq \operatorname{tg}^2 x + 2 \cdot \operatorname{tg} x - 3$.
35. Найти решение уравнения $1 + \sqrt{2} \cos \frac{\pi x}{8} = 0$, принадлежащее интервалу $(3; 10)$.
36. Вычислить $f'(\frac{\pi}{3})$, если $f(x) = \sin 4x \cdot \cos 4x$.
37. Решить неравенство $\sqrt{\operatorname{ctg}^2 x + 2\operatorname{ctg} x - 3} \leq 1 - \operatorname{ctg}^2 x$.
38. Решить уравнение $\sqrt[4]{\frac{1}{4} - 2\sin 3x} + \sqrt[4]{\frac{3}{4} + 2\sin 3x} = 1$.
39. Решить уравнение $\sqrt[4]{15 + 5\cos^2 2x} - \sqrt[4]{5\sin^2 2x - 3} = 1$.

40. Решить уравнение $\sqrt[4]{0,5 - \cos 2x} + \sqrt[4]{0,5 + \cos 2x} = 1$.

41. Решить уравнение $\sqrt[4]{10 + 8\sin^2 x} - \sqrt[4]{8\cos^2 x - 1} = 1$.

42. Сколько положительных решений имеет уравнение $\operatorname{tg}(5\pi \cdot 2^{-x}) = 1$?

43. Сколько положительных решений имеет уравнение $\operatorname{tg}(3\arcsin x) = 1$?

44. Решить уравнение $|\sqrt{3} \cos 3x| = \sqrt{2} \cos 2x$.

45. Решить уравнение $\sqrt{2} \cos 2x + |\sqrt{3} \sin 3x| = 0$.

46. Решить уравнение $2 + 2(\sin y + \cos y) \sin x = \cos 2x$.

47. Решить уравнение $(2 - \cos 2x)(1 + \operatorname{tg}^2 y) = 4\sqrt{2} \operatorname{tgy} \sin x$.

48. Решить уравнение $2 + 2(\sin y + \cos y) \sin x = \cos 2x$.

49. Решить уравнение $(2 - \cos 2x)(1 + \operatorname{tg}^2 y) = 4\sqrt{2} \operatorname{tgy} \sin x$.

50. Найти все решения уравнения $\operatorname{ctg}^2\left(\frac{173}{2}\pi + 3x\right) + 4\cos\frac{x}{3}\left(1 + \cos\frac{x}{3}\right) = \sin x - 1$,

принадлежащие области определения функции $y = \sqrt{\sin(9,1\pi) \sin x}$.

51. Решить уравнение $\frac{4 \cos 2x}{11 \cos^2 2x - 8 \cos 2x + 7 \sin^2 2x} + \frac{3 \cos 2x}{11 \cos^2 2x - 10 \cos 2x + 7 \sin^2 2x} = 1$.

52. Решить уравнение $\operatorname{tg} x + \sqrt{3 \sin x} = 0$.

53. Решить уравнение $\operatorname{ctg} x + \sqrt{2 \cos x} = 0$.

54. Решить уравнение $(x + 0,5)^2 |\sin x| + \sin x = 0$.

55. Решить уравнение $\frac{\cos x}{(x + 1,5)^2} = |\cos x|$.

56. Решить уравнение $\frac{\sin x}{(x - 4)^2} + |\sin x| = 0$.

57. Решить уравнение $(9 - \sin^{-1} \frac{13\pi}{6}) \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}(\frac{7\pi}{2} + x) = (2 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3}) \frac{1}{\cos x}$.

58. Решить уравнение $(4 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3}) \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = -(\frac{9}{2} + \sin^2 \frac{17\pi}{4}) \frac{1}{\cos x}$.

59. Решить уравнение $(1 + \cos^{-1} \frac{7\pi}{3}) \sin x + \sin(\frac{15\pi}{2} + x) = \frac{1}{\cos x}$.

60. Решить уравнение $\operatorname{tg} x + (\sin \frac{29\pi}{4})^4 \operatorname{ctg} x = \frac{4}{\sin x}$.

61. Решить уравнение $\sin x + 2\sqrt{3} \cos x - \cos 2x - 2 = 0$.

62. Найти все пары чисел (x, y) , для каждой из которых выполнено равенство

$$4(3\sqrt{4x-x^2} \sin^2(\frac{x+y}{2}) + 2\cos(x+y)) = 13 + 4\cos^2(x+y).$$

63. Найти все пары чисел (x, y) , для каждой из которых выполнено равенство

$$12\sqrt{6x-x^2-5} \cos^2(\frac{x-2y}{2}) = 17 + 8\cos(x-2y) - 4\sin^2(x-2y).$$

64. Найти все пары чисел (x, y) , для каждой из которых выполняется равенство

$$\frac{3 + 2\cos(x-y)}{2} = \sqrt{3+2x-x^2} \cos^2(\frac{x-y}{2}) + \frac{\sin^2(x-y)}{2}.$$

65. Решить уравнение $8\cos x + 6\sin x - \cos 2x - 7 = 0$.

66. Найти все пары чисел (x, y) , для каждой из которых выполнено равенство

$$\sqrt{3-2x-x^2} \sin^2(2x-y) + \cos(4x-2y) = 1 + \frac{\cos^2(4x-2y)}{2}.$$

По теме 3. Стандартные методы

1. Найти все решения уравнения $\sin^4 4x + \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 3x - \sin x = 4\cos(\frac{x}{2} - \frac{5\pi}{6})\cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6})$,

принадлежащие области определения функции $y = \sqrt[6]{6(\sin 5,1\pi - \sin 0,7\pi)\sin^3 x}$.

2. Найти все решения уравнения $\operatorname{ctg}^2 3x + 4\cos(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6})(1 + \sin \frac{\pi-x}{3}) = \cos x - 1$,

принадлежащие области определения функции $y = \sqrt{\sin(\sqrt{192}\pi)\cos x}$.

3. Найти все решения уравнения $2\sin(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{1 + 4\sin 4x \cos 2x}$,

принадлежащие области определения функции $y = \sqrt{\cos(2x - \frac{\pi}{6}) - 1}$.

4. Решить уравнение $5\cos x + 4\sqrt{3}\sin x - \cos 2x - 4 = 0$.

5. Решить уравнение $(5 + \sin y)^2 \sin^2 x + 8\sin y \sin x + 40\sin x + 8\sin y + 16\cos z + 40 = 0$.

6. Решить уравнение $\frac{8}{(1 + \cos 2x)(1 + \cos z)} + \frac{8}{\cos x} + 2 + \frac{12}{1 + \cos z} + (1 + \cos z)(1 + \sin y) = 0$.

7. Решить уравнение $\frac{4}{(1 - \cos 2x)(1 + \sin z)} + \frac{4}{\sin x} + 1 + \frac{6}{1 + \sin z} + \frac{(1 + \sin z)(1 + \cos y)}{2} = 0$.

8. Решить уравнение $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} \cdot \frac{5 + \cos 2y}{8} + \operatorname{tg} x + 1 + \frac{2\sin 2z}{5 + \cos 2y} = 0$.

9. Решить уравнение $|1 - 2\cos x + \cos 2x| = \sin x - 2\sin 2x + \sin 3x$.

10. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} |\cos 3x| = \sin y + \cos y \\ 2\sin^2 2x \cos 2x + \frac{3}{4} = -\sin 2y \end{cases}$$

11. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} |\sin(3x + \frac{\pi}{4})| = \sin y - \cos y \\ \sin 2y + 2\sin 2x = \frac{3}{4} + 2\sin^3 2x \end{cases}$$

12. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} |\sin 3x| = -\sqrt{2} \sin y \\ \cos 2y + 2\cos 2x \sin^2 2x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

13. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} |\cos(3x + \frac{\pi}{4})| = -\sqrt{2} \cos y \\ \cos 2y + 2\sin 2x + \frac{3}{4} = 2\sin^3 2x \end{cases}$$

14. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} (\sin y - \cos x + 1)(\operatorname{tg}^2(x + \frac{\pi}{6}) + \operatorname{tg}^2(y + \frac{2\pi}{3})) = 0, \\ (\cos x + \sin y)(2 + \sin 2y + \cos y) = 0. \end{cases}$$

15. Вычислить $\operatorname{ctg}(\frac{11\pi}{4} + \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{5}) + \operatorname{ctg}(\frac{11\pi}{4} - \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{5})$.

16. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} (\cos x + \cos y - \sqrt{2})(\operatorname{tg}^2(x + \frac{\pi}{4}) + \operatorname{ctg}^2(y + \frac{\pi}{4})) = 0, \\ (\cos x \cos y - \frac{1}{2})(\sin y + \sin 2y - 2) = 0. \end{cases}$$

Контрольная работа

Вариант № 1

1. Доказать, что функция $f(x) = 4\cos^2 x + 7\sin x \cdot \cos x + 2\sin^2 x - \sqrt{102}$ отрицательна при всех $x \in R$.

2. Числа $\sqrt{2}\cos x$; $\sqrt{\cos 2x}$; $0,5\cos(x + \pi/4)$ являются членами геометрической прогрессии с номерами k ; $k+1$; $k+2$. Найти все значения x и k , если пятый член прогрессии равен $16\sqrt{2} \cdot 3^{-15^{-0,5}}$.

3. Доказать, что уравнение $\cos(\sin x) = 0,5$ не имеет решений.

4. Решить уравнение $\sqrt{2} \sin(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}) - 2\sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{6}) = \sqrt{6} \sin(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{6}) - 2\cos(\frac{x}{6} + \frac{2\pi}{3})$.

5. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} (\sin y - \cos x + 1)(\operatorname{tg}^2(x + \frac{\pi}{6}) + \operatorname{tg}^2(y + \frac{2\pi}{3})) = 0, \\ (\cos x + \sin y)(2 + \sin 2y + \cos y) = 0. \end{cases}$$

Вариант № 2

1. Доказать, что функция $f(x) = 2\sin^2 x - 6\cos^2 x - 4\sin x \cos x + \sqrt{59}$ положительна при всех $x \in R$.
2. Числа $2^{-0.5} \sin x$; $\sqrt{-\cos 2x}$; $3\cos(x - \pi/4)$ являются членами геометрической прогрессии с номерами k ; $k+1$; $k+2$. Найти все значения x и k , если четвертый член этой прогрессии равен $4\sqrt{2} \cdot 9^{-1} 5^{-0.5}$.
3. Доказать, что уравнение $(\sin x + \sqrt{3} \cos x) \sin 4x = 2$ не имеет решений.
4. Решить уравнение $\sqrt{2} \sin(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}) - 2 \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{6}) = \sqrt{6} \sin(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{6}) - 2 \cos(\frac{x}{6} + \frac{2\pi}{3})$.
5. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} (\cos x + \cos y - \sqrt{2})(\operatorname{tg}^2(x + \frac{\pi}{4}) + \operatorname{ctg}^2(y + \frac{\pi}{4})) = 0, \\ (\cos x \cos y - \frac{1}{2})(\sin y + \sin 2y - 2) = 0. \end{cases}$$

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы и тесты.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «не зачтено».

Требование к выполнению заданий

На зачете студенту предлагается 3 – 4 задачи (в зависимости от трудности) из приведенного списка. Задачи подбираются таким образом, чтобы их решение подтвердило владение основными методиками решения тригонометрических задач с отбором корней. В случае, если задание выполнено более, чем на 60%, выставляется оценка «зачтено», в противном случае выставляется оценка «не зачтено»

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Методика решения тригонометрических задач повышенного уровня сложности» проводится в

форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины «Методика решения задач с параметрами при подготовке к ЕГЭ профильного уровня» и степень сформированности компетенции. Критерии выставления зачета приведены выше.